КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ

муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников

2024-2025 учебный год

по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

На олимпиаде используется 7-балльная шкала: каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником. Основные принципы оценивания приведены в таблице:

|  |  |
| --- | --- |
| **Баллы** | **Критерии оценивания** |
| 7 | Полное верное решение. |
| 6 | Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение. |
| 4–5 | Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений. В задаче «Оценка + пример» доказана оценка. |
| 2–3 | Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи. В задаче «Оценка + пример» построен пример. |
| 1 | Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении). |
| 0 | Решение неверное, продвижения отсутствуют. |
| 0 | Решение отсутствует. |

Кроме того,

1. результатом выполнения каждого задания должна быть запись полного решения со всеми необходимыми обоснованиями и выводами; ответ без обоснований (если они требуются) оценивается в 0 баллов;
2. любое правильное (полное) решение оценивается в 7 баллов; недопустимо снятие баллов за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в методических разработках или от других решений, известных жюри; при проверке работы важно вникнуть в логику рассуждений участника, оценивается степень ее правильности и полноты;
3. олимпиадная работа не является контрольной работой, поэтому любые исправления в работе, в том числе зачеркивание ранее написанного текста, не являются основанием для снятия баллов; недопустимо снятие баллов в работе за неаккуратность записи решений при ее выполнении;
4. баллы не выставляются «за старание участника», в том числе за запись в работе большого по объему текста, не содержащего продвижений в решении задачи;
5. если к задаче приведены указания к оцениванию – они имеют приоритет над общими указаниями.

**1.** У Миши есть несколько карточек, на которых написаны различные ненулевые цифры. Он по очереди составляет из них все возможные двузначные числа, прикладывая карточки друг к другу. Миша хочет, чтобы у составленных им чисел встречались все ненулевые остатки от деления на 11. Какое наименьшее количество карточек ему понадобится?

***Решение***: Ответ. 4.

Трех карточек не хватит, так как из трех цифр можно составить лишь 6 двузначных чисел. На четыре карточки есть пример: 1, 2, 4, 8. Числа 12, 24, 14, 81, 82, 28, 18, 41, 42, 21 при делении на 11 дают все остатки от 1 до 10 соответственно.

***Комментарий***: Только пример – 3 балла, только оценка – 4 балла.

**2.** Для любого  докажите, что .

***Решение***: Будем раскрывать скобки в выражении . Заметим, что получается  слагаемых, каждое из которых, кроме 1, содержит в произведении хотя бы один *x*. Так как  при натуральных *k*, получаем .

**3.** Из доски 7x7 вырезали четыре угловые клетки. Сколькими способами на эту доску можно поставить 4 ладьи, не бьющие друг друга? (Две ладьи бьют друг друга, если стоят в одной строке или в одном столбце.)

***Решение****:*

.

Сначала просто расставляем 4 ладьи на доску. Потом убираем те варианты, когда хотя бы одна из ладей стоит в углу. Способы, когда две ладьи в углах, убрали два раза, поэтому их надо прибавить

**4.** В треугольнике *ABC* проведена биссектриса *AD*. Точка *E* выбрана на продолжении стороны *AB* за точку *B* так, что *AD* = *DE*. Оказалось, что *AC* = *BD*+*BE*. Докажите, что треугольник *ABC* − равнобедренный.

***Решение****:* Пусть ∠*ABC* = *𝛽*, ∠*BAD*= *𝛼*. Треугольник *AED* – равнобедренный с основанием *AE*, откуда ∠*AED* = ∠*EAD* = ∠*DAC* = *𝛼*. Отметим на стороне *AC* точку *K* так, что *AK* = *EB*. Тогда треугольники *BED* и *KAD* равны по двум сторонам и углу между ними, откуда ∠*ABC* = ∠*DKC* как смежные к равным углам в выбранных треугольниках. Также из равенства треугольников следует, что *BD* = *DK* = *AC* − *BE* = *AC* − *AK* = *KC*, откуда треугольник *KDC* − равнобедренный с основанием *DC*. Заметим, что у треугольников *ABC* и *DKC* равны соответствующие углы, откуда треугольник *ABC* равнобедренный с основанием *AC*.

**5.** По кругу расставлено *n* ненулевых цифр. Вася выбирает произвольную из *n* цифр и выписывает на доску все цифры, двигаясь по часовой стрелке от выбранной. Проделав такую операцию для всех цифр, Вася получил *n* натуральных чисел. Оказалось, что их сумма записывается одними единицами. Чему может быть равно *n*?

***Решение***: Ответ: только 1.

Обозначим цифры через  (по кругу). Тогда понятно, что у Васи получилось число . По условию это число записывается одними единичками, пусть это число равно 111…1 (*m* единиц). Тогда оно должно делиться на 111…1 (*n* единиц). Если , то понятно, что . Если , то вычитая из одного числа другое, получаем 111…1 (*m–n* единиц) делится на 111…1 (*n* единиц), что невозможно. Значит, . Тогда понятно, что должно быть выполнено неравенство , что опять же невозможно, так как .

***Комментарий***:

Замечено, что сумма цифр на каждом разряде одинакова (без учёта переходов) – 1 балл. Показано, что сумма всех чисел равна  – 1 балл (баллы суммируются).